Physikalische Praktika der Universität Bremen

08.04.2019

Die Wheatstone-Brückenschaltung (E9)

Ziel des Versuches

Es wird eine Methode zur präzisen Messung von Widerständen angewandt. Dabei soll die Temperaturabhängigkeit der Widerstände zweier grundsätzlich verschiedener Materialien untersucht werden.

Theoretischer Hintergrund

Die Wheatstone-Brückenschaltung erlaubt die Bestimmung eines unbekannten Widerstands mittels bekannter Widerstände. Der prinzipielle Aufbau ist in Abb. 1 dargestellt.

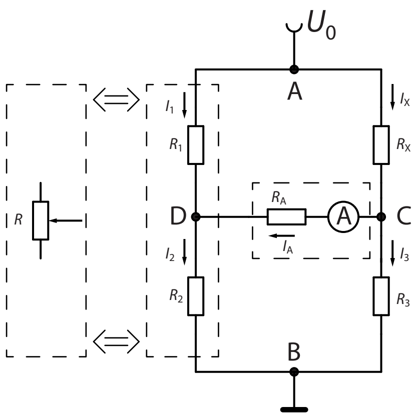

Abbildung 1: Wheatstonebrücke

Die vier Widerstände R_1, R_2, R_3, und R_x bilden eine geschlossene Leiterschleife, die an den Punkten A und B von einer Spannungsquelle U_0 gespeist wird. Die Punkte C und D sind durch eine Brücke verbunden, in der ein empfindliches Strommessgerät (Amperemeter mit Innenwiderstand R_A) liegt. Im Allgemeinen liegt zwischen den Punkten C und D eine Potentialdifferenz, sodass über die Brücke ein Strom I_A fließt. Durch Verschieben des Schleiferkontaktes D auf dem Widerstand $R = R_1 + R_2$ lässt sich jedoch erreichen, dass die Punkte C und D auf gleichem Potential liegen (Abgleich), dass also über die Brücke kein Strom fließt: $I_A = 0$. Für diesen speziellen Fall lässt sich der unbekannte Widerstand R_x bei Kenntnis der Widerstände R_1, R_2 und R_3 bestimmen.

Für die in der Brückenschaltung auftretenden elektrischen Größen liefern die kirchhoffschen Regeln das folgende Gleichungssystem:

$$
\begin{aligned}
\text{Masche ACDA}: &\quad R_x I_x + R_A I_A - R_1 I_1 = 0 \\
\text{Masche BCDB}: &\quad -R_3 I_3 + R_A I_A + R_2 I_2 = 0 \\
\text{Knoten C}: &\quad I_x - I_3 - I_A = 0 \\
\text{Knoten D}: &\quad I_1 + I_A - I_2 = 0 \quad .
\end{aligned} \tag{1}
$$

Wird $I_A = 0$ gesetzt, so lässt sich aus Gl. (1) die nachstehende Bestimmungsgleichung für R_x herleiten:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3 \tag{2}$$

In diesem Versuch sollen mit Hilfe der Wheatstone-Brückenschaltung die Widerstände eines Metalls und eines Halbleiters bei verschiedenen Temperaturen T bestimmt werden. Für beide Materialien ist der Widerstand im Allgemeinen eine Funktion von T. Für viele Metalle lässt sich diese Abhängigkeit in kleinen Temperaturintervallen durch eine lineare Funktion beschreiben:

$$R(T) = R_0(1 + \alpha(T - T_0)) \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{1}{R_0} \cdot \frac{\partial R(T)}{\partial T} \tag{3}$$

Dabei ist R_0 der Widerstand bei der Referenztemperatur T_0 (z. B. Raumtemperatur). Die Größe α beschreibt die relative Änderung des Widerstands mit der Temperatur und wird Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstands genannt. Für viele Metalle ist α in einem großen Temperaturbereich nahezu konstant.

Bei Halbleitern ist die Temperaturabhängigkeit des Widerstands dagegen stärker ausgeprägt. Für kleine Temperaturintervalle nahe der Raumtemperatur wird sie durch folgende Gleichung beschrieben:

$$R(T) = R_0 \exp\left(\frac{\beta}{T} - \frac{\beta}{T_0}\right) \tag{4}$$

Hier ist β eine materialspezifische Konstante. Aus Gl. (4) lässt sich schließen, dass α eine Funktion der Temperatur ist, wobei in guter Näherung gilt:

$$\alpha \approx -\beta/T^2 \quad .$$

Versuchsaufbau und -durchführung

Bauen Sie die Schaltung nach Abb. 1 auf. Verwenden Sie als Strommessgerät möglichst ein „Mitteninstrument“, so dass Sie Ausschläge nach beiden Seiten beobachten können.[1] Die Versorgungsspannung U_0 sollte ca. 5 V betragen. Größere Spannungen führen zu größeren Strömen, die zur Erwärmung der Widerstände und damit zu einer Widerstandsänderung führen. Setzen Sie für R_x den unbekannten Metall- bzw. Halbleiterwiderstand und für R_3 die Widerstandsdekade ein. Die Widerstände R_1 und R_2 werden durch ein mit einer Skala und einem Getriebe versehenen Potentiometer (Zehngangwendelpotentiometer) realisiert. Dabei verhalten sich R_1 zu R_2 stets wie Skalenwert zur Differenz aus Skalenendwert und Skalenwert (lineares Verhalten).

[1] Im Versuch wird als Mitteninstrument ein digitales Amperemeter eingesetzt, da die Umkehr des Stromflusses durch Vorzeichenwechsel symbolisiert wird.

Der zu messende Widerstand R_x wird in ein mit Wasser gefülltes Becherglas getaucht. Das Glas wird auf eine elektrische Heizplatte gestellt und die Temperatur mit einem Thermometer kontrolliert. Der Temperaturausgleich innerhalb des Wassers wird mit einem Rührer (Magnetrührer und „Fisch“) unterstützt.

Zunächst wird der elektrische Widerstand R_x bei Raumtemperatur gemessen. Der Abgleich der Wheatstone-Brücke wird dabei folgendermaßen durchgeführt: Der Schleiferkontakt des Potentiometers wird bei eingeschalteter Spannung in die Mitte gestellt. Im Normalfall fließt jetzt ein großer Strom durch das Amperemeter. Nun wird der Widerstand R_3 so eingestellt, dass ein möglichst geringer Strom durch das Amperemeter fließt. Anschließend wird der Schleiferkontakt so verdreht, dass der Strom exakt Null wird. Damit ist die Brücke abgeglichen, und R_x kann mit Gl. (2) bestimmt werden.

Die Temperatur des Wasserbades wird nun bis 100 °C erhöht, und es werden analog zu der Prozedur bei Raumtemperatur Messpunkte bei verschiedenen T ermittelt. Dabei ist zu beachten, dass die Temperatur während einer Messung möglichst konstant bleibt. Die Heizplatte sollte deshalb nur zwischen den Messungen angeschaltet werden.

Mit Hilfe der Widerstandsdekade (rel. Fehler ±1 %) kann der Widerstand R_3 dem jeweiligen Messproblem in Schritten bis zu $10\,\Omega$ angepasst werden.

Aufgabenstellung

1. Vorbereitung: Leiten Sie *bereits zu Hause* aus Gl. (1) die Bestimmungsgleichung Gl. (2) für R_x in der abgeglichenen Wheatstone-Brücke ab (d.h. bei $I_\mathrm{A} = 0$). Berechnen Sie den relativen Fehler $\Delta R_x / R_x$ unter der Annahme, dass R_1 und R_2 einen gleichgroßen absoluten Fehler aufweisen, R_3 aber exakt einstellbar ist. Geben Sie das Verhältnis R_1 / R_2 an, bei dem $\Delta R_x / R_x$ am kleinsten wird. Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die Wahl von R_3?

2. Überprüfen Sie die Linearität des Zehngangwendelpotentiometers indem Sie bei mindestens 5 verschiedene Einstellungen die Widerstandswerte R_1 und R_2 mit einem Ohmmeter messen.[2]

3. Messen Sie mit der Wheatstone-Brücke den elektrischen Widerstand eines Metalls und eines Halbleiters als Funktion der Temperatur, und bestimmen Sie die Temperaturkoeffizienten α. Tragen Sie für das Metall den Widerstand R_x linear über der Temperatur T auf. Zeichnen Sie dabei die y-Achse bei $T_0 =$ Raumtemperatur ein. Bestimmen Sie den Temperaturkoeffizienten des Metalls $\alpha \pm \Delta\alpha$ aus der Steigung der Geraden (siehe Gl. (3)) und $R_0 \pm \Delta R_0$ aus dem y-Achsenabschnitt. Tragen Sie für den Halbleiterwiderstand R_x halblogarithmisch gegen $1/T$ auf, wobei Sie für T die Einheit Kelvin verwenden sollten. Bestimmen Sie mit Hilfe der Regressionsgerade die Materialkonstante β, den Temperaturkoeffizienten $\alpha \pm \Delta\alpha$ bei Raumtemperatur und außerdem $R_0 \pm \Delta R_0$.

4. Vergleichen Sie die beiden Temperaturkoeffizienten hinsichtlich des Betrags und des Vorzeichens. Was ist daraus für den elektrischen Widerstand zu folgern? Beschreiben Sie, wie ein Widerstand als Thermometer benutzt werden kann. Welches Material lässt sich dafür besser einsetzen?

[2] Diese Messung ist ohne weitere äußere Beschaltung durchzuführen.