

## *Lorentzkraft und Halleffekt (E10)*

### *Ziel des Versuches*

In zwei verschiedenen experimentellen Anordnungen wird die Wirkung der Lorentzkraft untersucht. Im ersten Teil wird die durch die Lorentzkraft erzeugte Spannung in einem bewegten Leiter gemessen. Der zweite Teil beschäftigt sich mit dem Hall-Effekt.

### *Theoretischer Hintergrund*

In einem elektrischen Feld  $\vec{E}$  wirkt auf elektrisch geladene Teilchen immer eine Kraft  $\vec{F} = q\vec{E}$ . In einem magnetischen Feld  $\vec{B}$  (bzw.  $\vec{H}$ ) wirkt dagegen nur dann eine Kraft, wenn sich die Teilchen bewegen. Die Eigenschaften dieser Kraft, die Lorentzkraft genannt wird, werden durch das folgende Vektorprodukt beschrieben:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

Dabei ist  $\vec{v}$  die Geschwindigkeit der Ladung  $q$ .

Im ersten Teil des Versuches wird ein Leiter im Magnetfeld bewegt und die durch Lorentzkraft erzeugte Spannung gemessen. Dazu wird ein abgeschlossenes Volumen  $V$  mit frei beweglichen Ladungsträgern betrachtet. Das Volumen soll keine Überschussladung enthalten, d. h., es soll insgesamt elektrisch neutral sein. Wird  $V$  mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v}$  durch ein Magnetfeld der Flussdichte  $\vec{B}$  bewegt, so wirkt auf die Ladungsträger die Lorentzkraft. Sie bewirkt eine Verschiebung der Ladungsträger innerhalb von  $V$ . Da die Ladungsträger das Volumen nicht verlassen können, entstehen Raumladungen, die wiederum ein elektrisches Feld  $\vec{E}$  erzeugen. Dadurch werden die Ladungsträger wieder zurückgedrängt, bis sich ein Gleichgewicht zwischen elektrostatischer Kraft und der Lorentzkraft einstellt:

$$q\vec{E} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

Das im Gleichgewichtszustand vorliegende elektrische Feld kann durch Messung einer entsprechenden Spannung  $U$  nachgewiesen werden. Besonders geeignet ist die Verwendung einer sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit drehenden Metallscheibe, bei der das Magnetfeld senkrecht zur Scheibenebene ausgerichtet wird (vgl. Abb. 1). Die Spannung  $U$  wird mittels zweier Schleifkontakte (Kohlebürsten) abgegriffen, die innerhalb eines Polschuhs angebracht sind und den Abstand  $r_1$  bzw.  $r_2$  vom Drehpunkt (Mittelpunkt)

der Scheibe haben. Die zwischen beiden Kontakten anfallende Spannung ergibt sich dann nach (2) zu:

$$\frac{dU}{dr} = vB = \omega r B = 2\pi f B r$$

$$U = 2\pi f B \int_{r_1}^{r_2} r dr = 2\pi f B \bar{r} \Delta r \quad (3)$$

mit  $\bar{r} = (r_1 + r_2)/2$  und  $\Delta r = r_2 - r_1$ . Die Spannung  $U$  ist die durch die Lorentzkraft erzeugte Urspannung oder EMK. Da durch diese EMK in der Scheibe Wirbelströme erzeugt werden, misst man jedoch (auch mit unserem hochohmigen Messgerät) stets nur die Klemmenspannung  $U_K$ . Nach der Spannungsteilerregel ergibt sich die Klemmenspannung zu  $U_K = \frac{R_L}{R_i + R_L} U$  mit  $R_i$  als Innenwiderstand der Spannungsquelle und  $R_L$  als Lastwiderstand des Wirbelstromkreises. Damit spielt die Größe des spezifischen Widerstands keine Rolle für die Größe der messbaren Klemmenspannung. Beide Größen hängen von der Leitfähigkeit des verwendeten Materials der Scheibe ab. Nur wenn die Wirbelströme verhindert werden, gilt  $U_K = U$  (das entspricht der unbelasteten Spannungsquelle im Leerlauf - Siehe Versuch E7).

Im zweiten Teil des Versuches wird anstelle eines bewegten Leiters ein stromdurchflossenes n-dotierte Germanium-Halbleiterplättchen<sup>1</sup> verwendet. Betrachten wir die sich in dem Halbleiterplättchen bewegend Elektronen, so ist der Betrag der Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen proportional zum fließenden Strom  $I$  und es gilt<sup>2</sup>:

$$v = \frac{I}{n e A} \quad (4)$$

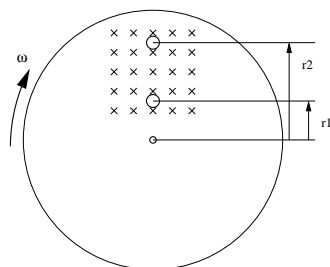
Dabei ist  $n$  die Konzentration der an der Leitung beteiligten Elektronen (Anzahl pro Volumen = Ladungsträgerdichte) und  $e$  die Ladung eines Elektrons.  $A$  ist die Querschnittsfläche des Leiters, also gleich dem Produkt aus der Dicke  $d$  und der Breite  $b$ . Damit ergibt sich nach Gl. (3) die sogenannte Hall-Spannung  $U_H$ :

$$U_H = \frac{I}{n e d} \cdot B = R_H \cdot \frac{I B}{d} \quad (5)$$

$R_H = 1/(n e)$  heißt Hall-Koeffizient des Materials.

### Versuchsaufbau und -durchführung

Der erste Versuchsteil zur Messung der Spannung am bewegten Leiter ist in Abb. 1 dargestellt. Die Metallscheibe ist mit einem Elektromotor verbunden, bei dem die Drehzahl eingestellt werden kann.



<sup>1</sup> Daten des Ge-Plättchens :

Länge $l$	=	10 mm
Breite $b$	=	5 mm
Dicke $d$	=	1,0 mm
Dichte $\rho$	=	$5,36 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
$m_{\text{Mol}}$	=	72,6 g

<sup>2</sup> weil:  $I = \frac{d}{dt} (e n d s A)$

Abbildung 1: Schematische Anordnung zur Messung der Spannung eines bewegten Leiters im Magnetfeld.

Das Magnetfeld wird mit Hilfe eines Spulenpaares erzeugt, das mit Polschuhen versehen ist. Die magnetische Flussdichte  $B$  kann durch Variation des Spulenstroms verändert und mit einem Teslameter gemessen werden. Da das Teslameter sehr empfindlich und teuer ist und der Platz zwischen den Polschuhen ausreicht, sollte die *Schutzkappe des Teslameters bei der Messung nicht entfernt werden*. Dieses Messgerät, das auch als Hall-Sonde bezeichnet wird, misst intern eine Hall-Spannung und gibt einen entsprechend umgerechneten Wert für  $B$  aus. Beachten Sie bei der Messung, dass die Hall-Spannung vom Skalarprodukt  $\vec{B} \cdot \vec{n}$  (Flächennormale  $\vec{n}$  des im Gerät integrierten Plättchens) abhängt und somit richtungsabhängig ist.

Die bei Bewegung der Scheibe über  $\Delta r$  abfallende Spannung  $U_K$  wird über zwei Schleifkontakte abgegriffen und mit einem Mikrovoltmeter mit integriertem Messverstärker gemessen.

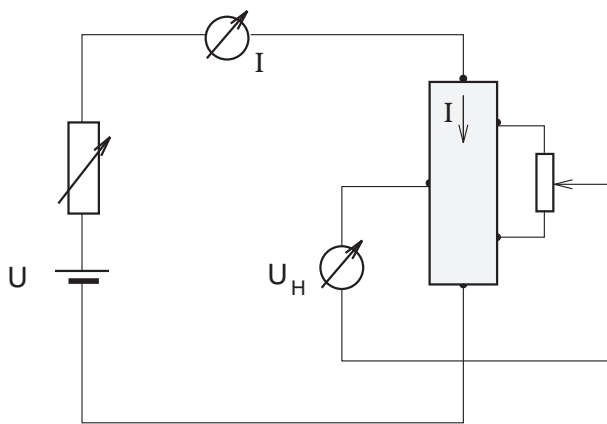


Abbildung 2: Hall-Plättchen und schematische Darstellung der Schaltung zur Messung von  $U_H$ .

Im zweiten Teil des Versuches wird mit einer anderen Anordnung der Hall-Effekt untersucht. Das Ge-Hallplättchen und die prinzipielle Schaltung zur Messung der Hall-Spannung sind in Abb. 2 gezeigt. Das in der Schaltung enthaltene Potentiometer soll einen Nullabgleich der Hall-Spannung ermöglichen. Dieser Abgleich ist notwendig, da man ansonsten auch bei  $B = 0$  eine Spannung  $U_H$  misst. Das liegt daran, dass es bei der Herstellung der Hallplättchen im Allgemeinen nicht gelingt, die Hall-Elektroden exakt auf dieselbe Äquipotentiallinie des Steuerstroms  $I$  zu legen. Daher überlagert sich der am ohmschen Widerstand zwischen den Potentiallinien des Spannungsabgriffs auftretende Spannungsabfall  $U_R$  additiv der eigentlichen Hall-Spannung (nach ihrem Ursprung wird  $U_R$  auch als „ohmsche Nullkomponente“ bezeichnet). Eine Korrektur der gemessenen Spannung  $U_H = U_H + U_R$  kann auf zweierlei Weise erfolgen:

1. Das Potentiometer wird bei  $B = 0$  so eingestellt, dass die gemessene Spannung Null ist (Spannungskompensation).
2. Vor jeder Messung wird  $U_H(B = 0)$  gemessen und von  $U_H(B \neq 0)$  abgezogen.

Das erste Verfahren ist natürlich weniger aufwändig. Allerdings zeigt sich, dass dieser Nullabgleich nur bei fest eingestelltem Strom  $I$  funktioniert. Bei Veränderung des Stroms muss der Abgleich erneut vorgenommen werden. Um Gl. (5) experimentell zu prüfen, werden deshalb Messreihen aufgenommen, in denen nur  $B$  aber nicht  $I$  variiert wird. Die Proportionalität von  $U_H$  zu

$I$  wird dadurch gezeigt, dass verschiedene Messreihen mit unterschiedlichen fest eingestellten Werten für  $I$  gemessen werden. Das Magnetfeld  $\vec{B}$  wird wie im ersten Versuchsteil mit einem Spulenpaar mit Polschuhen erzeugt.

Das Kästchen, das mit dem Hallplättchen verbunden ist, liefert nach Anlegen einer Betriebsspannung (ca. 15 V) den Längsstrom durch das Ge-Plättchen, der mit dem Regler einstellbar ist. Dieser Strom ist wie auch die Hallspannung mit jeweils einem Multimeter zu messen.

### Aufgabenstellung

Die Scheibenoberflächen sind sauber zu halten und nicht mit den Fingern zu berühren.

1. Messen Sie im ersten Versuchsteil zunächst den Abstand und die Lage der Schleifkontakte aus. Bestimmen Sie für eine Scheibe ihrer Wahl die von der Lorentzkraft induzierte Spannung  $U$  bei konstant gehaltener Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  für verschiedene Flussdichten  $B$ . Tragen Sie  $U$  gegen  $B$  auf und überprüfen Sie Gl. (3) durch Bestimmung der Geradensteigung und Vergleich mit dem theoretisch zu erwartenden Wert.
2. Messen Sie  $U$  bei konstantem  $B$  in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Führen Sie diese Messung an der geschlitzten Scheibe<sup>3</sup> und an zwei weiteren Scheiben ihrer Wahl durch. Tragen Sie jeweils  $U$  gegen  $\omega$  auf und vergleichen Sie mit dem theoretisch zu erwartenden Wert aus Gl. (3). Diskutieren Sie die Ergebnisse.
3. Messen Sie im zweiten Versuchsteil bei vier verschiedenen Strömen  $I$  im Bereich zwischen 0 und 50 mA jeweils die Abhängigkeit der Hallspannung  $U_H$  von der Flussdichte  $B$ . Der Strom durch die Magnetfeldspulen darf max. 2,5 A betragen. Tragen Sie die Datenpunkte der vier Messreihen in ein Diagramm ( $U_H$  gegen  $B$ ) ein und zeichnen Sie die entsprechenden Regressionsgeraden ein. Zeigen Sie, dass die Steigungen der Geraden proportional zum Strom  $I$  sind. Diskutieren Sie anhand dieser Ergebnisse die Gültigkeit von Gl. (5).
4. Bestimmen Sie die Ladungsträgerdichte  $n$ . Verwenden Sie dazu am besten den Wert der Geradensteigung, den Sie aus der zuverlässigsten Messreihe ermittelt haben. Vergleichen Sie die ermittelte Ladungsträgerdichte  $n$  mit der Atomdichte im Ge-Plättchen und diskutieren Sie das Ergebnis.

<sup>3</sup> Ausführung der geschlitzten Scheibe geschützt nach DE 202 17 064