PHYSIKA Physikalische Praktika der Universität Bremen

Reibung an einem Poller (M14)

Ziel des Versuches

Die Haftreibungszahlen verschiedener Materialkombinationen werden bestimmt. Dazu werden ein Poller und verschiedene Materialien verwendet.

In Hafenstädten wie Bremen gibt es Poller, an denen Schiffe festgemacht werden können. Eine einzelne Person kann im Prinzip ein Schiff an die Anlegestelle ziehen, wenn das Seil erst einmal um den Poller gelegt ist.

Grundlagen

Zunächst ein einfacher Versuch zur *Haftreibung* als Gedankenexperiment (s. Abb. 1). Auf einer waagerechten Unterlage U liegt der Körper K. Er wird von der Gewichtskraft F des Massestücks auf der Waagschale gezogen. Damit die Kraft parallel zur Unterlage wirkt, wird die Schnur über eine Rolle R geführt. Man kann die Waagschale noch mit weiteren Gewichten belasten, ohne dass der Körper in Bewegung gerät. (Nach der "reinen Mechanik" sollte schon das kleinste Gewicht genügen, um den Körper in eine beschleunigte Bewegung zu bringen!) Die größte Gewichtskraft, die den Körper gerade noch nicht in Bewegung versetzt, ist gleich der Haftreibungskraft F_H .

Vergrößert man die Normalkraft F_N, die der Körper auf die Unterlage ausübt, etwa durch Aufsetzen von Massestücken auf den Körper, so steigt im gleichen Maß die Haftreibungskraft F_H, die — wie sich im Experiment zeigt — zur Normalkraft F_N proportional ist. Stellt man dagegen den quaderförmigen Körper auf seine verschieden großen Flächen, so ergibt sich, dass bei gleichem Gewicht des Körpers die Haftreibungskraft F_H unabhängig von der Größe der Berührungsfläche ist. Dieses seltsame Ergebnis erklärt sich dadurch, dass zwei im technischen Sinne ebene Flächen

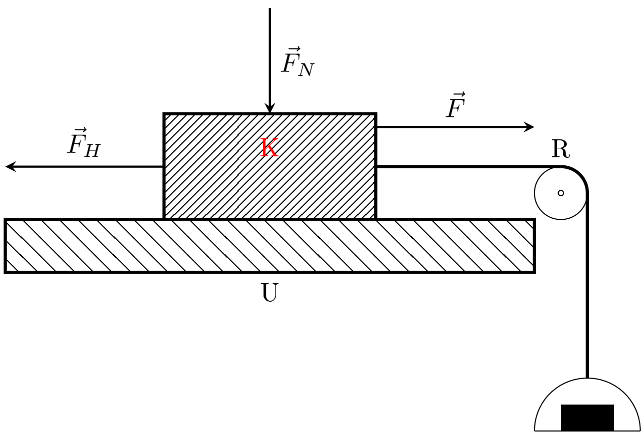

Abbildung 1: Haftreibung

in Wirklichkeit keine ebenen Flächen sind. Sie berühren sich daher im allgemeinen nur in drei Punkten, wie groß die Flächen auch sind. Als Versuchsergebnis erhält man, dass F_H proportional F_N ist, also

$$F_H = \mu_H F_N \ .$$

Die Proportionalitätskonstante $\mu_H = F_H/F_N$ hängt nur von der Art der beiden einander berührenden Stoffe ab und heißt Haftreibungszahl. μ_H ist eine Verhältnisgröße (Kraft/Kraft), hat also die Dimension Eins.

Die Haftreibungszahl μ_H ergibt sich aus der Rauigkeit und durch die Stoffarten der reibenden Flächen. Überschreitet die Kraft F die Größe der Haftreibungskraft F_H, so wird der Körper schließlich beschleunigt und die kleinere Gleitreibungskraft $F_{Gl} = \mu_{Gl} F_N$ ist nun maßgebend. Bei gleichen Stoffpaaren ist die *Gleitreibungszahl* μ_{Gl} stets kleiner als die Haftreibungszahl μ_H. Von besonderem Interesse ist Folgendes: Die Gleitreibungskraft $F_{Gl} = \mu_{Gl} F_N$ ist immer der beschleunigenden Kraft entgegengerichtet. Sind beide Kräfte gleich, kann keine beschleunigte Bewegung mehr entstehen. Die Bewegung kann dann nur eine konstante Geschwindigkeit haben, da die beschleunigende Kraft von der Gleitreibungskraft gerade aufgezehrt wird. Interessanterweise ist die Gleitreibungskraft nicht von der Geschwindigkeit des Körpers abhängig. Die Gleitreibungskraft ist in den meisten Fällen eine lästige Erscheinung, während die Haftreibung von grundsätzlicher Bedeutung im täglichen Leben ist.

In Tabelle 1 sind für einige Stoffpaare die Werte der Reibunszahlen μ_H und μ_{Gl} zusammengestellt. Sie sind nur als Mittelwerte zu betrachten, da sie von der Beschaffenheit der Oberfläche, der umgebenden Atmosphäre, der genauen Zusammensetzung der Materialien, der geometrischen Form der Reibpartner, der Temperatur, also von den Betriebsbedingungen schlechthin abhängen. Schon monomolekulare Fremdschichten auf der Oberfläche können Reibungszahlen wesentlich verändern.

Theorie: Haftreibung am Poller

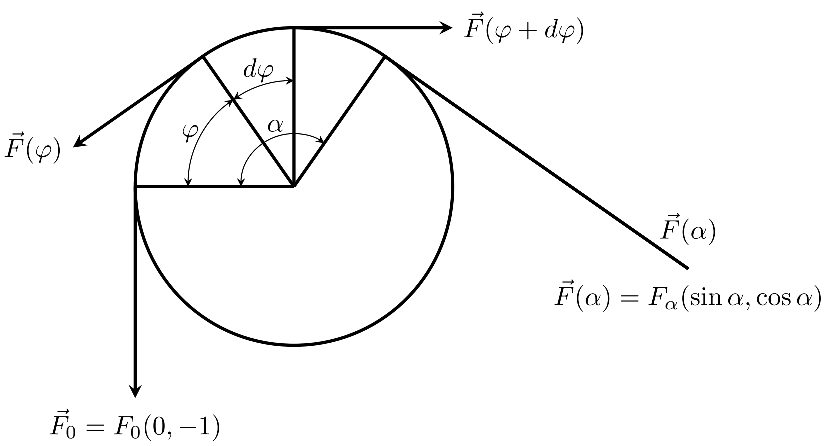

Abbildung 2: Kräfteverteilung am Poller

Über einen fest stehenden Zylinder wird ein Seil gelegt, das den Zylinder im Winkelbereich $0 \leq \varphi \leq \alpha$ berührt. Am Ende $\varphi = 0$ wirke die Kraft $\vec{F}_0 = F_0(0, -1)$, am anderen Ende $\varphi = \alpha$ die Kraft $\vec{F}(\alpha) = F(\alpha)\,(\sin\alpha, \cos\alpha)$ (s. Abb. 2). Wie groß muss $F(\alpha)$ mindestens sein, damit das Seil nicht in Richtung der Kraft $\vec{F}_0$ rutscht?

Wir betrachten dazu ein Stück $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ des Seils. Der Winkel $d\varphi$ soll so klein sein, dass der Kreisbogen von seiner Tangente kaum zu unterscheiden ist, so dass die Betrachtungen des vori-

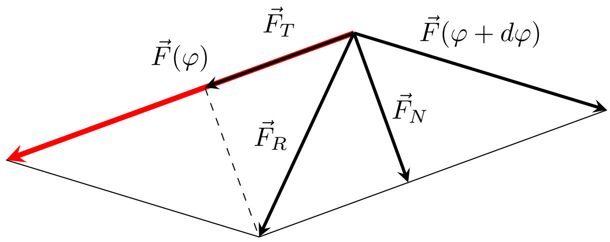

Abbildung 3: Kräfteaddition

gen Abschnitts zur Haftreibung gelten. Beim Poller repräsentiert damit jeder zu $d\varphi$ gehörende Oberflächenabschnitt eine Unterlage.

Das Stück Seil bewegt sich nicht, solange die Gesamtkraft F_T in tangentialer Richtung nicht größer ist als $\mu_H F_N$, wobei $\vec{F}_N$ die auf den Zylinder ausgeübte Normalkraft ist und μ_H die Haftreibungszahl. Gleichgewicht herrscht, wenn an jeder Stelle φ gilt

$$F_T(\varphi) = \mu_H F_N(\varphi). \tag{1}$$

Berechnen wir also die tangentiale und die Normalkomponente der resultierenden Kraft, wenn am linken Ende des Stücks die Kraft $\vec{F}(\varphi) = F(\varphi)\,(-\sin\varphi, -\cos\varphi)$ und am rechten die Kraft $\vec{F}(\varphi + d\varphi) = F(\varphi + d\varphi)\,\big(\sin(\varphi + d\varphi), \cos(\varphi + d\varphi)\big)$ wirkt. Bevor wir die Summe der beiden Kräfte bilden, nutzen wir die Kleinheit von $d\varphi$ für folgende Näherungen: $\sin(\varphi + d\varphi) = \sin\varphi + \cos\varphi\, d\varphi$ und $\cos(\varphi + d\varphi) = \cos\varphi - \sin\varphi\, d\varphi$.[1] Die Addition der beiden Kräfte ergibt nun als resultierende Kraft (s. Abb. 3)

$$\begin{aligned}\vec{F}(\varphi) + \vec{F}(\varphi + d\varphi) = \vec{F}_R(\varphi) = \vec{F}_T(\varphi) + \vec{F}_N(\varphi) = \\ \big(F(\varphi + d\varphi) - F(\varphi)\big)(\sin\varphi, \cos\varphi) + F(\varphi + d\varphi)(\cos\varphi, -\sin\varphi)\, d\varphi.\end{aligned} \tag{2}$$

Da der Einheitsvektor $(\sin\varphi, \cos\varphi)$ tangential zum Zylinder liegt und $(\cos\varphi, -\sin\varphi)$ senkrecht dazu, gilt für die Beträge der tangentialen und normalen Komponenten

$$F_T(\varphi) = |F(\varphi + d\varphi) - F(\varphi)| \qquad \text{und} \qquad F_N(\varphi) = F(\varphi + d\varphi)\, d\varphi \approx F(\varphi)\, d\varphi. \tag{3}$$

Letztere Näherung ist gerechtfertigt, weil die nächste Korrektur bereits von zweiter Ordnung in $d\varphi$ wäre.[2] Um dies in Gl. (1) zu verwenden, müssen wir auch $F_T(\varphi)$ in erster Ordnung von $d\varphi$ angeben; Die Taylor-Entwicklung ergibt $F_T(\varphi) \approx |F'(\varphi)|\, d\varphi$, so dass die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$|F'(\varphi)| = \mu_H F(\varphi). \tag{4}$$

Je nach Vorzeichen von $F'(\varphi)$ sind das zwei Bedingungen, nämlich einerseits gegen das Rutschen des Seils in Richtung von $\vec{F}_0$ (dann ist $F' < 0$), andererseits gegen das Rutschen in die andere Richtung (dann ist $F' > 0$). Wir betrachten den ersten Fall, also $F'(\varphi) = -\mu_H F(\varphi)$. Die Trennung der Variablen führt zu

$$\frac{dF}{F} = -\mu_H\, d\varphi\,. \tag{5}$$

Die Integration über φ von 0 bis α liefert:

$$\boxed{F(\alpha) = F_0 \mathrm{e}^{-\mu_H \alpha}}\,. \tag{6}$$

[1] Dies erhält man entweder durch Taylor-Entwicklung oder durch Anwendung der Additionstheoreme und $\sin d\varphi \approx d\varphi$ sowie $\cos d\varphi \approx 1$.

[2] Denn die Taylor-Entwicklung von $F(\varphi + d\varphi)$ ist $F(\varphi) + F'(\varphi)\, d\varphi$.

Die Kraft $F(\alpha)$, die Dank der Reibung am Poller der Kraft F_0 widerstehen kann, nimmt also mit wachsendem Winkel α exponentiell ab. Bei einem Reibungskoeffizienten von $\mu = 0{,}5$ ist bei Berührung um den halben Umfang des Zylinders die Gegenkraft nur noch 20 % der Kraft F_0 und bei Berührung um den vollen Umfang ist sie nur noch 4,3 %.

Versuchsaufbau und -durchführung

Riemen aus verschiedenen Materialien liegen über einem Poller aus Messing. Die Kraft F_0 wird durch das Gewichtsstück mit der Masse m erzeugt. Die Gegenkraft F wird mit einem Federkraftmesser bestimmt.

Es stehen Ihnen verschiedene Federkraftmesser mit unterschiedlichen Messbereichen zur Verfügung. Messen Sie immer nur in einer Richtung (Warum?). Es wird die Kraft gesucht, die notwendig ist, damit das Seil nicht in Richtung F_0 abrutscht.

Überprüfen Sie die Richtigkeit der Anzeige der Federkraftmesser mit Hilfe der vorhandenen Massestücke.

Die Einstellung des Winkels α erfolgt durch Verschieben des Federkraftmessers am Stativ. Der Winkel α wird an einer Winkelskala abgelesen. Überlegen Sie, wie Sie das hinreichend genau tun können.

Aufgaben

1. Messen Sie für verschiedene Materialien die Abhängigkeit der Kraft F vom Winkel α über einen Bereich von ca. 30° bis 270°.

2. Messen Sie diese Abhängigkeiten für verschiedene Kräfte F_0 (Massestücke).

3. Tragen Sie die Größe *ln* (F/F_0) gegen α auf. Bestimmen Sie μ_H aus dem Anstieg der jeweiligen Geraden in der halblogarithmischen Darstellung (siehe Gl. (6)).

   Begründen Sie dieses Verfahren. Beachten Sie, dass α im Bogenmaß gemessen werden muss (warum?).

Fertigen Sie alle grafischen Darstellungen bereits während des Versuches an.

Stoffpaar	μ_H	μ_{Gl}
Stahl auf Eis	0,027	0,014
Leder auf Metall	0,6	0,4
Mauerwerk auf Beton	0,76	-
Bremsbelag auf Stahl	-	0,45
Blockierter Autoreifen bei 50 km/h auf Asphalt, trocken	-	0,8
Blockierter Autoreifen bei 50 km/h auf Asphalt, nass	-	0,5
Blockierter Autoreifen bei 50 km/h auf Glatteis	-	0,05

Tabelle 1: Reibungszahlen