

Vorlesung im WS 2011/12

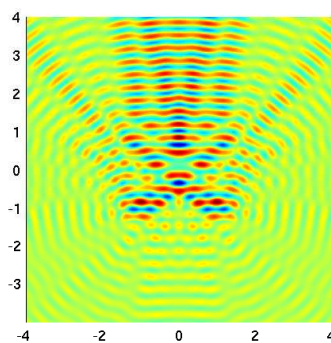
Zeitharmonische Wellen: Theorie und Anwendungen

Prof. Dr. Armin Lechleiter, alechle@cmap.polytechnique.fr

Wellen sind überall: Wir nutzen Licht (elektromagnetische Wellen) um zu sehen, und Schall (akustische Wellen) um zu hören. Moderne Telekommunikationstechnik nutzt Radiowellen (elektromagnetische Wellen) zur Informationsübertragung. Ultraschallwellen sind ein wichtiges Instrument der modernen Medizintechnik.

Die charakteristische Eigenschaft von Wellen ist die Fähigkeit, Energie über große Distanzen zu transportieren, ohne dabei Materie bewegen zu müssen. Dabei kann die transportierte Energie sehr groß sein, wie zum Beispiel Erdbebenwellen (mechanische Wellen) oder Wasserwellen (Oberflächenwellen) zeigen.

In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns mit linearen zeitharmonischen (oder “zeitperiodischen”) Wellen. Beispiele sind die oben erwähnten akustischen und elektromagnetischen Wellen. Nach einer kurzen Einführung in die Modellierung von Wellenphänomenen untersuchen wir die daraus gewonnenen partiellen Differentialgleichungen (harmonische Wellengleichungen) mit funktionalanalytischen Hilfsmitteln. Ein typisches Beispiel für solch eine Gleichung ist die Helmholtz-Gleichung $\Delta u + k^2 n^2 u = 0$ im \mathbb{R}^3 . Diese Gleichung beschreibt eine akustischen Welle u mit Wellenzahl $k > 0$ durch ein Medium, das durch einen Brechungsindex n beschrieben wird (die folgende Abbildung zeigt solch eine Welle).



Im Anschluß betrachten wir Anwendungen, zum Beispiel inverse Probleme für Wellen. In solchen Problemen ist das Ziel, aus partiellen Messungen von Wellen Eigenschaften des Mediums zu gewinnen. Konkreter: Kann man aus Messungen der Welle u den zugrundeliegenden Brechungsindex n bestimmen?

Die Vorlesung richtet sich an Mathematiker und Technomathematiker. Vorkenntnisse aus der Funktionalanalysis (z.B. kompakte lineare Operatoren, Sobolevräume) sind nützlich, aber nicht zwingend erforderlich.